



МЧС РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Уральский институт государственной противопожарной службы
Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны,
чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий»

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Методические рекомендации по дисциплине

Направление подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность

Екатеринбург
2025

Высшая математика [Текст]: методические рекомендации по дисциплине. Направление подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность / сост.: С. А. Худякова, А. В. Шпаньков. – Екатеринбург : Уральский институт ГПС МЧС России, 2025. – 50 с.

Составители:

Худякова С. А., начальник кафедры математики и информатики Уральского института ГПС МЧС России, кандидат педагогических наук, доцент;

Шпаньков А. В., старший преподаватель кафедры математики и информатики Уральского института ГПС МЧС России.

Методические рекомендации по дисциплине «Высшая математика» предназначены для обучающихся (девочки) по направлению подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность, и составлены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по указанному направлению подготовки, согласно рабочей (учебной) программе дисциплины (уровень бакалавриата).

Рассмотрено и одобрено к использованию в образовательном процессе на заседании кафедры от 13.03.2025 г., протокол № 8.

© Уральский институт ГПС МЧС России, 2025

© Кафедра математики и информатики, 2025

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	5
Глава I. Требования к результатам освоения дисциплины.....	6
Глава II. Содержание тем дисциплины.....	6
ТЕМА 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии	6
ТЕМА 2. Основы математического анализа.....	6
ТЕМА 3. Комплексные числа	7
ТЕМА 4. Дифференциальные уравнения	7
ТЕМА 5. Теория вероятностей	7
Глава III. Материал для самостоятельной работы по темам дисциплины....	8
§ 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.....	8
Занятие 1.1.1. Основные приемы вычисления определителей.....	8
Занятие 1.2.1. Действия над матрицами.....	11
Занятие 1.3.1. Решение систем линейных уравнений	15
Занятие 1.5.1. Прямая линия на плоскости.....	16
§ 2. Основы математического анализа	17
Занятие 2.2.1. Вычисление предела функции.....	17
Занятие 2.3.1. Дифференцирование различных функций	21
Занятие 2.5.1. Производные и дифференциалы высших порядков.....	23
Занятие 2.7.1. Вычисление неопределенных интегралов.....	24
Занятие 2.9.1. Вычисление определенных интегралов	24
Занятие 2.11.1. Вычисление интегралов	25
Занятие 2.13.1. Вычисление площадей плоских фигур.....	27
§ 3. Комплексные числа.....	28
Занятие 3.1.1. Геометрическое изображение комплексных чисел.....	28
Занятие 3.2.1. Действия над комплексными числами в алгебраической форме	30

Занятие 3.3.1. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа	31
Занятие 3.4.1. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной форме	31
Занятие 3.4.2. Подготовка к контрольной работе	31
§ 4. Дифференциальные уравнения	32
Занятие 4.1.1. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными	32
Занятие 4.2.1. Решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка	33
Занятие 4.3.1. Решение однородных дифференциальных уравнений	34
Занятие 4.4.1. Решение уравнений Я. Бернулли	36
Занятие 4.6.1. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка	37
Занятие 4.8.1. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка	38
§ 5. Основы теории вероятностей	39
Занятие 5.1.1. Вычисление вероятности сложного события	39
Занятие 5.2.1. Формулы полной вероятности и Байеса	40
Занятие 5.3.1. Формула Бернулли	41
Занятие 5.5.1. Подготовка к контрольной работе	42
Глава IV. Оценочные средства для подготовки к экзамену	44
ТЕМА 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии	44
ТЕМА 2. Основы математического анализа	44
ТЕМА 3. Комплексные числа	44
ТЕМА 4. Дифференциальные уравнения	45
ТЕМА 5. Теория вероятностей	45

Введение

Методические рекомендации по дисциплине «Высшая математика» предназначены для обучающихся (девочки) по направлению подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность (уровень бакалавриата), и составлены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по данному направлению подготовки, согласно рабочей программе дисциплины «Высшая математика».

Целями освоения дисциплины «Высшая математика» являются:

- формирование у обучающихся системы теоретических знаний по основным разделам высшей математики в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта;
- развитие у обучающихся способности выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в процессе решения профессионально-ориентированных задач, привлекать для их решения соответствующий математический аппарат;
- формирование готовности к саморазвитию и самообразованию.

Для достижения данных целей предусматривается решение следующих основных задач:

- освоение системы базовых знаний высшей математики;
- развитие у обучаемых умения строить математические модели типовых задач в процессе их решения;
- развитие способностей организовывать свою работу и работать самостоятельно;
- развитие способности к познавательной деятельности: к абстрагированию, анализу и синтезу, критическому мышлению, обобщению, принятию нестандартных решений, разрешению проблемных ситуаций, резюмированию и аргументированному отстаиванию своих решений;
- формирование сознания необходимости, потребности и способности учиться, воспитание чувства ответственности за результаты своего труда.

Глава I. Требования к результатам освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- основы высшей математики;
- принципы сбора, отбора и обобщения информации;
- методики системного подхода для решения профессиональных задач.

Уметь:

- анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности;
- решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования.

Владеть навыками:

- научного поиска и практической работы с информационными источниками;
- теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности; методами принятия решений.

Глава II. Содержание тем дисциплины

ТЕМА 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

Определители второго и третьего порядка. Матрицы. Действия над матрицами. Исследование и решение систем линейных уравнений. Методы решения систем линейных уравнений. Линии на плоскости. Виды уравнений линий на плоскости. Виды уравнения прямой линии.

ТЕМА 2. Основы математического анализа

Основные понятия теории функций. Предел функции. Бесконечно большие и бесконечно малые функции.

Производная функции. Основные правила дифференцирования и формулы дифференцирования. Производная сложной функции. Производная от функции заданной параметрически.

Дифференциал функции. Основные теоремы о дифференциалах.

Правила Лопиталя.

Неопределенный интеграл. Свойства и методы интегрирования.

Определенный интеграл. Свойства и способы вычисления определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур.

ТЕМА 3. Комплексные числа

Комплексные числа. Геометрическое изображение и формы записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической и показательной форме.

ТЕМА 4. Дифференциальные уравнения

Дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения с разделяющимися и разделенными переменными. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

Уравнения Я. Бернулли. Методы решения уравнения Я. Бернулли.

Однородная функция n -го порядка. Методы решения однородного дифференциального уравнения первого порядка.

Дифференциальные уравнения второго порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Алгоритм решения линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Алгоритм решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка.

ТЕМА 5. Теория вероятностей

Случайные события. Классическое и статистическое определение вероятности. Формулы комбинаторики.

Операции над случайными событиями. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.

Случайные величины, их виды и закон их распределения. Числовые характеристики дискретных случайных величин.

Глава III. Материал для самостоятельной работы по темам дисциплины

В данном разделе методических рекомендаций приведены задания (задачи) для самостоятельного выполнения.

§ 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

Занятие 1.1.1. Основные приемы вычисления определителей

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Вычислить определители:

1. а) $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 10 & 9 & 7 \\ 8 & 9 & 20 \end{vmatrix}$

с) $\begin{vmatrix} -2 & 6 \\ 3 & x \end{vmatrix} = 0$

2. а) $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 5 & -3 & 4 \\ 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$

с) $\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ -1 & x \end{vmatrix} = 0$

3. а) $\begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 7 \\ 3 & 8 & 0 \end{vmatrix}$

с) $\begin{vmatrix} -4 & 6 \\ 2 & x \end{vmatrix} = 0$

4. а) $\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 5 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

с) $\begin{vmatrix} 2 & -6 \\ 5 & x \end{vmatrix} = 0$

5. а) $\begin{vmatrix} 6 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 2 & 10 & 9 \\ 3 & 8 & 9 \end{vmatrix}$

с) $\begin{vmatrix} -2 & 6 \\ 7 & x \end{vmatrix} = 0$

6. а) $\begin{vmatrix} 7 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \\ 4 & -1 & 5 \end{vmatrix}$

с) $\begin{vmatrix} -2 & 6 \\ -1 & x \end{vmatrix} = 0$

7. а) $\begin{vmatrix} 8 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 7 & 9 & 4 \\ 5 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

с) $\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ -7 & x \end{vmatrix} = 0$

8. а) $\begin{vmatrix} 9 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 5 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

с) $\begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & x \end{vmatrix} = 0$

$$9. \text{ a) } \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 7 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 5 & 10 \\ -6 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$10. \text{ a) } \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 7 & 9 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \\ 5 & 6 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} -6 & 6 \\ -5 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$11. \text{ a) } \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 7 & 9 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ -9 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$12. \text{ a) } \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 7 & 6 & 4 \\ 2 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 9 & 27 \\ -1 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$13. \text{ a) } \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} -2 & -5 & 1 \\ -3 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 4 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$14. \text{ a) } \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 5 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$15. \text{ a) } \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 3 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$16. \text{ a) } \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} -3 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & -4 \\ 1 & -4 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 4 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$17. \text{ a) } \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 7 & 0 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ -1 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$18. \text{ a) } \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 8 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 4 & -8 \\ -1 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$19. \text{ a) } \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \\ 5 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -8 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$20.a) \begin{vmatrix} 2 & -8 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 0 & 9 & 2 \\ 8 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ -8 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$21.a) \begin{vmatrix} 2 & -9 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 7 \\ 3 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} 7 & 14 \\ -1 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$22.a) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 8 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$23.a) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 4 & 8 & -2 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} -7 & 6 \\ 14 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$24.a) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 9 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$25.a) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} -4 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & -6 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ 9 & 3x \end{vmatrix} = 0$$

$$26.a) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ -4 & 2x \end{vmatrix} = 0$$

$$27.a) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -6 & 4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} -5 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ 1 & 3x \end{vmatrix} = 0$$

$$28.a) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -7 & 4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} -1 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} -2 & 6 \\ 1 & 3x \end{vmatrix} = 0$$

$$29.a) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -8 & 4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 0 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -3x \end{vmatrix} = 0$$

$$30.a) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -9 & 4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} x & -6 \\ 9 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$31.a) \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} -4 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & -3 \\ 1 & -2 & 9 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} 2 & 3x \\ 4 & -6 \end{vmatrix} = 0$$

$$32.a) \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 7 \\ -3 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} -x & -6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$33.a) \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -1 & -4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} x & -6 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$34.a) \begin{vmatrix} -5 & 1 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 0 & 8 & 3 \\ 7 & 9 & -1 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} -x & 6 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$35.a) \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -5 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} x & 6 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$36.a) \begin{vmatrix} -5 & 1 \\ 2 & -4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & -2 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} x & 25 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = 0$$

$$37.a) \begin{vmatrix} -5 & 2 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 8 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} x & -6 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

$$38.a) \begin{vmatrix} -5 & 3 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} -8 & -6 \\ 2x & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$39.a) \begin{vmatrix} -5 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} -8 & 6 \\ 2x & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$40.a) \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} 3 & 9 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \\ 0 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} -8 & 6 \\ 2x & -3 \end{vmatrix} = 0$$

Занятие 1.2.1. Действия над матрицами

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

13. Найти $A \cdot B - 2C$, если $A = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 0 \\ 0 & 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

14. Найти $A \cdot B + 3C$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 0 & -3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 5 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

15. Найти $A \cdot B - 4C$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

16. Найти $A \cdot B + 5C$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 0 & -3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 5 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

17. Найти $A \cdot B - 2C$, если $A = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 0 \\ 0 & 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

18. Найти $A \cdot B + 3C$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 0 & -3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

19. Найти $A \cdot B - 4C$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

20. Найти $A \cdot B + 5C$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 0 & -3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

21. Найти $A \cdot B - 2C$, если $A = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 0 \\ 0 & 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

22. Найти $A \cdot B + 3C$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 0 & -3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

23. Найти $A \cdot B - 4C$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 1 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

24. Найти $A \cdot B + 5C$, если $A = \begin{pmatrix} -3 & -5 & 0 \\ -1 & -3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

25. Найти $A \cdot B - 2C$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

26. Найти $A \cdot B + 3C$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

27. Найти $A \cdot B - 4C$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

28. Найти $A \cdot B + 5C$, если $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 0 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

29. Найти $A \cdot B - 2C$, если $A = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

30. Найти $A \cdot B + 3C$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 7 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

31. Найти $A \cdot B - 4C$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

32. Найти $A \cdot B + 5C$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 5 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

33. Найти $A \cdot B - 2C$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -7 & 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

34. Найти $A \cdot B + 3C$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 0 & -3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -5 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

35. Найти $A \cdot B - 4C$, если $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 \\ -2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

36. Найти $A \cdot B + 5C$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 0 & -3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -4 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

37. Найти $A \cdot B - 2C$, если $A = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 0 \\ 0 & 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -5 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

38. Найти $A \cdot B + 3C$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & -2 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

39. Найти $A \cdot B - 4C$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

40. Найти $A \cdot B + 5C$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 0 & -3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 6 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$.

Занятие 1.3.1. Решение систем линейных уравнений

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Решить систему линейных уравнений. Сделать проверку.

- | | | |
|---|---|---|
| 1. $\begin{cases} 3x - 9y + 8z = 5, \\ 2x - 5y + 5z = 4, \\ 2x - y + z = -4. \end{cases}$ | 2. $\begin{cases} 3x - 9y + 8z = 2, \\ 2x - 5y + 5z = 4, \\ 2x - y + z = -4. \end{cases}$ | 3. $\begin{cases} 2x - y + z = 1, \\ -x + 3z = -1, \\ x + y + 3z = 2. \end{cases}$ |
| 4. $\begin{cases} -x + 2y + z = 5, \\ 2x - 3y + 3z = 1, \\ x + 2y - 5z = -9. \end{cases}$ | 5. $\begin{cases} 2x + y - 5z = -1, \\ -2x + 6y + 3z = -1, \\ -x + y + z = -1. \end{cases}$ | 6. $\begin{cases} -x + y + 2z = 5, \\ 2x + 2y + 5z = 10, \\ 3x - 2y = 5. \end{cases}$ |
| 7. $\begin{cases} 2x + y + 2z = 2, \\ x + 2y + 3z = 1, \\ 2x - y - z = 0. \end{cases}$ | 8. $\begin{cases} -x + y - z = 1, \\ 3x - 4y + 3z = -1, \\ -2y - 3z = -8. \end{cases}$ | 9. $\begin{cases} -x + 2z = 5, \\ 2x + 2y + 3z = 0, \\ 3x + 2y + 2z = -1. \end{cases}$ |
| 10. $\begin{cases} 2x + y + 2z = 4, \\ x + 2y + 3z = 1, \\ 2x - y - z = 6. \end{cases}$ | 11. $\begin{cases} x + 3y + 2z = 5, \\ x + 2y + 3z = 1, \\ 2x - y - z = 6. \end{cases}$ | 12. $\begin{cases} 5x + y - 5z = -1, \\ 2x + 6y + 3z = -1, \\ -x + y + z = -1. \end{cases}$ |
| 13. $\begin{cases} 2x - y - 6z = -15, \\ 3x - y + z = -2, \\ -x + 3z = 7. \end{cases}$ | 14. $\begin{cases} -3x + y + 3z = 10, \\ 2y - z = 0, \\ 2x - y + 3z = 3. \end{cases}$ | 15. $\begin{cases} 2x - y - 6z = -5, \\ 3x - y + z = -2, \\ -x + 3z = 7. \end{cases}$ |
| 16. $\begin{cases} 2x - 3y + z = -1, \\ 5x + y - 2z = 1, \\ x - y + z = 2. \end{cases}$ | 17. $\begin{cases} -x + 3y + 2z = -1, \\ 2x + 2y + 5z = -2, \\ 3x - 2y + 2z = 0. \end{cases}$ | 18. $\begin{cases} 2x - 3y + z = -1, \\ -x + y - 2z = 1, \\ x - y + z = 2. \end{cases}$ |

$$\begin{array}{lll}
19. \begin{cases} -x + y - z = 0, \\ 3x - 4y + 3z = -1, \\ x - 2y = -8. \end{cases} & 20. \begin{cases} 2x - 3y + z = -1, \\ -x + y - 2z = -2, \\ x - y + z = 2. \end{cases} & 21. \begin{cases} 3x - 2y = -5, \\ x - 2y + z = -1, \\ x + 3y - z = 7. \end{cases} \\
22. \begin{cases} -x + 2z = 5, \\ 2x + 2y + 5z = 10, \\ 3x - 2y + 2z = -1. \end{cases} & 23. \begin{cases} x - 5y + 3z = -1, \\ 2x + 4y + z = 6, \\ x + y + z = 3. \end{cases} & 24. \begin{cases} x + 3y + 2z = 5, \\ x + 2y + 3z = 1, \\ 2x - y - z = -6. \end{cases} \\
25. \begin{cases} 2x - y + z = -1, \\ -x + 3z = 7, \\ x + y + 3z = 6. \end{cases} & 26. \begin{cases} x + 2y + z = 5, \\ -2x - 3y + 3z = 1, \\ -x + 2y - 5z = -9. \end{cases} & 27. \begin{cases} x + 2y = -1, \\ -x - 3y + 3z = 1, \\ x + 4y - 5z = 0. \end{cases} \\
28. \begin{cases} -3x + 2y + 3z = 10, \\ 4x + 2y + z = 1, \\ 2x - y + 2z = -2. \end{cases} & 29. \begin{cases} 2x - 3y + z = 0, \\ 5x + y - 2z = -1, \\ x - y + z = 3. \end{cases} & 30. \begin{cases} 2x - y + z = -1, \\ -x + 3z = 2, \\ x + y + 3z = -5. \end{cases} \\
31. \begin{cases} x - 5y + 3z = -1, \\ 2x + 4y + z = 2, \\ x + y + z = 1. \end{cases} & 32. \begin{cases} x + 2y + z = 2, \\ -2x - 3y + 3z = -1, \\ x - 5z = 0. \end{cases} & 33. \begin{cases} -x + y - z = 0, \\ 3x - 4y = -1, \\ -2y - 3z = -8. \end{cases} \\
34. \begin{cases} 2x - 3y + z = 2, \\ 5x + y - 2z = 0, \\ x - y + z = 3. \end{cases} & 35. \begin{cases} -x + 2z = 5, \\ 2x + 2y + 5z = 1, \\ 3x - 2y + 2z = -9. \end{cases} & 36. \begin{cases} 3x - y - 6z = 2, \\ x - y + z = 1, \\ -x + 3z = 0. \end{cases} \\
37. \begin{cases} 3x - 2y = -5, \\ x - 2y + z = -1, \\ x + 3y - z = 0. \end{cases} & 38. \begin{cases} 2x + y + 2z = 5, \\ x + 2y + 3z = 1, \\ 2x - y - z = 6. \end{cases} & 39. \begin{cases} 5x + y - 5z = -1, \\ 2x - 4y + 3z = -1, \\ -x + y + z = -1. \end{cases} \\
40. \begin{cases} x + 2y + z = 2, \\ -2x + 5z = 1, \\ -x - y = 0. \end{cases} & &
\end{array}$$

Занятие 1.5.1. Прямая линия на плоскости

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Даны точки A , B , C . Составить уравнения стороны AB , высоты CH , медианы AD и средней линии MN ($MN \parallel AC$) треугольника ABC : общее, каноническое, в отрезках, с угловым коэффициентом и параметрическое.

- | | |
|--|--|
| 1. $A(1;2)$, $B(0;-1)$, $C(3;-1)$. | 2. $A(2;1)$, $B(-1;2)$, $C(0;2)$. |
| 3. $A(1;0)$, $B(-1;2)$, $C(2;1)$. | 4. $A(0;-4)$, $B(-2;0)$, $C(1;-1)$. |
| 5. $A(-5;4)$, $B(1;2)$, $C(-1;0)$. | 6. $A(2;1)$, $B(3;-1)$, $C(0;-1)$. |
| 7. $A(-1;2)$, $B(1;-1)$, $C(6;-1)$. | 8. $A(2;4)$, $B(-1;2)$, $C(0;-1)$. |

9. $A(-1;1), B(-1;2), C(2;-1)$.
10. $A(0;-1), B(-1;-1), C(1;-2)$.
11. $A(-2;1), B(-1;2), C(1;-2)$.
12. $A(0;2), B(-1;3), C(0;-1)$.
13. $A(1;-2), B(1;2), C(6;-1)$.
14. $A(2;5), B(-1;1), C(0;-1)$.
15. $A(-3;-2), B(-1;-1), C(4;-1)$.
16. $A(0;2), B(-1;5), C(2;-2)$.
17. $A(4;2), B(-1;2), C(1;-2)$.
18. $A(-2;1), B(-1;2), C(-1;-2)$.
19. $A(1;0), B(-1;0), C(4;-1)$.
20. $A(-1;1), B(1;2), C(-1;2)$.
21. $A(2;0), B(1;-2), C(-1;3)$.
22. $A(2;-1), B(-2;4), C(1;-1)$.
23. $A(4;2), B(1;-2), C(0;-1)$.
24. $A(0;1), B(3;-2), C(1;-1)$.
25. $A(-2;0), B(1;-1), C(6;-1)$.
26. $A(-1;4), B(-1;-2), C(0;-2)$.
27. $A(-1;2), B(-5;2), C(2;-1)$.
28. $A(6;-1), B(-1;2), C(1;-2)$.
29. $A(0;8), B(-1;2), C(1;-4)$.
30. $A(3;2), B(1;-2), C(0;2)$.
31. $A(-3;0), B(1;-3), C(6;-1)$.
32. $A(-2;3), B(-2;2), C(0;-1)$.
33. $A(-3;-1), B(-1;2), C(2;-1)$.
34. $A(0;-4), B(-2;5), C(2;-4)$.
35. $A(4;-2), B(1;-2), C(1;0)$.
36. $A(-1;2), B(3;-1), C(-2;0)$.
37. $A(-2;1), B(-1;2), C(4;-3)$.
38. $A(0;-5), B(-2;4), C(2;-2)$.
39. $A(4;-2), B(0;-1), C(1;-2)$.
40. $A(-2;5), B(-5;2), C(1;-2)$.

§ 2. Основы математического анализа

Занятие 2.2.1. Вычисление предела функции

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Вычислить пределы функций двумя способами.

1.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x^5 - 1}{x^8 + 3x^3 - 2x^2}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 8x - 9}{x - 1}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{8+5x} - \sqrt{8-5x}}{2x}.$$

2.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4x^8 - 2}{2x^3 - 8x^8 + 1}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 7x + 12}{x + 4}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+8x} - \sqrt{1-8x}}{x}.$$

3.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x^4 - 2x}{2x^8 - 3x^2 + 1}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 2x - 15}{x - 5}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7+2x} - \sqrt{7-2x}}{7x}.$$

4.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 4x^5 + x}{x^5 - 4x^2 - x}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{3-2x}}{2x}.$$

5.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 15x^5 - 2x}{-5x^5 + x^2 - 5}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 7x - 8}{x + 1}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+6x} - \sqrt{2-6x}}{2x}.$$

6.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 2x^5 - 2x}{x^2 + 5x^4 + 1}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 7x - 8}{x - 1}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{6+3x} - \sqrt{6-3x}}{2x}.$$

7.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x^4 - 1}{6x^2 + 5x^3 + 2x}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 6x + 8}{-x - 2}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}}{11x}.$$

8.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 2x^2 - 1}{x^4 + 2x^6 + 2x^2}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^2 + 7x - 8}{x + 8}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5+x} - \sqrt{5-x}}{5x}.$$

9.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x^4 - 2}{4x^6 - 2x^5 + 3}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + x - 6}{x + 3}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - \sqrt{9-x}}{2x}.$$

10.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x^3 + 1}{x^4 - 5x^3 + 1}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 8x + 6}{x - 3}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}.$$

11.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^2 + 2x^4 + 1}{x^4 - 3x^6 + 2}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -7} \frac{x^2 + 5x - 14}{x + 7}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5+3x} - \sqrt{5-3x}}{x}.$$

12.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^3 + 4x^6 - 2x^2}{2x^6 + x^2 - 4x^4}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 4x - 21}{x - 3}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{8+3x} - \sqrt{8-3x}}{4x}.$$

13.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^4 - 6x^5 + x}{x^5 + 4x^2 - x}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 2x - 8}{x + 4}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-3x}}{3x};$$

14.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 9x^6 + 4}{3x^6 + x^2 + x}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x - 14}{x - 2}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{6+2x} - \sqrt{6-2x}}{3x}.$$

15.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x^8 + 4}{x^3 - 2x^4 + 1}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{10+x} - \sqrt{10-x}}{5x}.$$

16.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 3x^7 - 1}{x^7 + 5x^3 + 2}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 6x + 5}{x + 5}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{8+x} - \sqrt{8-x}}{2x}.$$

17.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^8 - 3x^6 + 4}{x^4 - 2x^3 + 1};$

b) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x - 5}{x - 5};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{6+x} - \sqrt{6-x}}{6x}.$

18.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4x^3 + 1}{x^4 - 8x^3 + 1};$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{3 - x};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{4x}.$

19.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x^5 - 2x^4}{x^2 + 4x^3 + x};$

b) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 7x - 8}{x - 8};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+4x} - \sqrt{3-4x}}{6x}.$

20.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x^5 + 2x}{x^2 - 5x^3 - 1};$

b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 5x - 14}{x + 2};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+5x} - \sqrt{4-5x}}{4x}.$

21.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 - 3x^5 + 4}{x^4 - 5x^5 - 1};$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{x - 4};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{2x};$

22.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4x^4 - 2}{2x^3 - 3x^8 + 1};$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 4};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1-2x}}{x}.$

23.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 6x^4 - 1}{x^2 + 5x^3 + 2x^4};$

b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 6x + 8}{x + 2};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{11+x} - \sqrt{11-x}}{x}.$

24.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7 + 9x^6 + 4}{3x^6 + x^2 + x};$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x - 2};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{6+7x} - \sqrt{6-7x}}{3x}.$

25.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 + 2x^3 - 1}{x^7 + 2x^3 + 2x^5};$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 8x - 9}{x + 1};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+7x} - \sqrt{2-7x}}{2x}.$

26.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^3 + x^5 - x^2}{7x^5 + x^2 - 5x};$

b) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 8x - 9}{x - 9};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+8x} - \sqrt{2-8x}}{4x}.$

27.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 4x^3 - 2x}{3x^2 - x^3 + 1};$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+2x} - \sqrt{2-2x}}{x}.$

28.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x^8 + 4}{x^8 - 2x^4 + 1};$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 8x + 16}{x - 4};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{10+x} - \sqrt{10-x}}{11x}.$

29.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x^3 - 2x^4}{2x^5 - 2x^4 + 1};$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 5x - 6}{x + 1};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+4x} - \sqrt{1-4x}}{4x}.$

30.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^9 + 3x^7 - 1}{x^7 + 5x^3 + 2};$

b) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x - 5};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - \sqrt{9-x}}{7x}.$

31.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x^5 + 2x}{x^2 - 5x^6 - 1};$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x - 14}{x - 2};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+3x} - \sqrt{4-3x}}{3x}.$

32.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x^3 - 2x^5}{x^2 + 2x^3 - 4x^4};$

b) $\lim_{x \rightarrow -9} \frac{x^2 + 8x - 9}{x + 9};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+8x} - \sqrt{3-8x}}{x}.$

33.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 2x^2 - 1}{2x^4 + x^5 + 2x};$

b) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^2 + 7x - 8}{-x - 8};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - \sqrt{9-x}}{9x}.$

34.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 2x^6 + 1}{x^4 - 3x^6 + 2};$

b) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 5x - 14}{x - 7};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{6+3x} - \sqrt{6-3x}}{x}.$

35.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 2x^2 - 2x}{x^2 + 5x^4 + 1};$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 7x - 8}{1 - x};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7+3x} - \sqrt{7-3x}}{2x}.$

36.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^6 - x^5 + 4}{3x^4 - x^5 - 1};$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{4 - x};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{7x}.$

37.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x^5 - 2x^4}{4x^2 + x^3 + 2x};$

b) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{-x^2 + 7x + 8}{8 - x};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+4x} - \sqrt{3-4x}}{9x}.$

38.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 25x^5 - 2x}{-5x^5 + x^2 - 35};$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-x^2 + 7x + 8}{x + 1};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+6x} - \sqrt{2-6x}}{8x}.$

39.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 6x^5 + x}{2x^5 + 4x^2 - x};$

b) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 2x - 8}{-x - 4};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+8x} - \sqrt{1-8x}}{8x}.$

40.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 2x^4 - 2}{x^6 - 2x^5 + 3};$

b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{-x^2 - x + 6}{x + 3};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - \sqrt{9-x}}{3x}.$

Занятие 2.3.1. Дифференцирование различных функций

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

1. Найти производную первого порядка для указанных функций.

- | | | |
|--|--|--|
| 1. $y = \operatorname{arccotg} \sqrt{x+1}$. | 2. $y = \ln \sqrt[3]{x+1}$. | 3. $y = \cos^2(2x+1)$. |
| 4. $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x+2}$. | 5. $y = \operatorname{ctg}(e^x)$. | 6. $y = \arcsin \sqrt{x+3}$. |
| 7. $y = 2^{x^2+1}$. | 8. $y = \arccos e^{4x}$. | 9. $y = \operatorname{tg}(\sin x)$. |
| 10. $y = \sin^2(3x+1)$. | 11. $y = \log_3(x^2-2)$. | 12. $y = \sqrt{\arccos x}$. |
| 13. $y = \sqrt[3]{\ln x}$. | 14. $y = e^{\cos x}$. | 15. $y = \lg(\operatorname{tg} x)$. |
| 16. $y = e^{x^2+3}$. | 17. $y = \ln(\operatorname{ctg} x)$. | 18. $y = \arcsin\left(x^2\right)$. |
| 19. $y = \sqrt[3]{x+\ln x}$. | 20. $y = e^{\operatorname{tg} x}$. | 21. $y = \operatorname{arctg} \sqrt{2x+1}$. |
| 22. $y = \ln \sqrt[4]{x+1}$. | 23. $y = \cos^3(2x+1)$. | 24. $y = \operatorname{arctg} \sqrt{5x+2}$. |
| 25. $y = \operatorname{tg}(e^{2x})$. | 26. $y = \arcsin \sqrt{7x+3}$. | 27. $y = 3^{x^2+2}$. |
| 28. $y = \arccos e^{2x}$. | 29. $y = \operatorname{ctg}(\cos x)$. | 30. $y = \sin^3(7x+1)$. |
| 31. $y = \log_5(x^2+1)$. | 32. $y = \sqrt[3]{\arccos x}$. | 33. $y = \sqrt[4]{\ln x}$. |
| 34. $y = e^{\sin 2x}$. | 35. $y = \ln(\operatorname{tg} x)$. | 36. $y = e^{x^3+1}$. |
| 37. $y = \lg(\operatorname{ctg} x)$. | 38. $y = \arcsin\left(x^4\right)$. | 39. $y = \sqrt[4]{x+\ln x}$. |
| 40. $y = \lg(x^2-2x)$. | | |

2. Используя логарифмическое дифференцирование, найти производную для указанных функций.

- | | | |
|---|---|---|
| 1. $y = (2x + \log_2 x)^{\cos x}$. | 2. $y = (\operatorname{arctg} x)^{\sqrt{1+2x}}$. | 3. $y = \left(x - x^2\right)^{-2x}$. |
| 4. $y = \left(\operatorname{arccotg} x\right)^{\operatorname{ctg} x}$. | 5. $y = x^{\ln x}$. | 6. $y = (x^2 + 1)^{\operatorname{ctg} x}$. |
| 7. $y = x^{\frac{1}{x}}$. | 8. $y = x^{-\operatorname{tg} x}$. | 9. $y = (5x)^{\operatorname{arctg} x}$. |
| 10. $y = (\sin x)^{\ln x}$. | 11. $y = (2x)^{\operatorname{tg} x}$. | 12. $y = (\cos x)^{x^2}$. |

13. $y = (\operatorname{arctg} x)^{\ln x}$.
14. $y = x^{\ln(\sin x)}$.
15. $y = (3x)^{\operatorname{ctgx}}$.
16. $y = (\sqrt{x})^{2x}$.
17. $y = 4^{\lg(\cos x)}$.
18. $y = (\ln(2x))^{x^2}$.
19. $y = (\operatorname{arctg} x)^{\ln x}$.
20. $y = (\sqrt{x})^x$.
21. $y = x^{\lg(\cos x)}$.
22. $y = x^{\ln(\cos x)}$.
23. $y = (\operatorname{arctgx})^{\operatorname{tg} x}$.
24. $y = \left(x + x^2\right)^x$.
25. $y = (\arcsin x)^{\sqrt{x}}$.
26. $y = (\cos x)^{x^2}$.
27. $y = x^{\frac{2}{x}}$.
28. $y = x^{-\operatorname{ctgx}}$.
29. $y = (x^3 + 1)^{\operatorname{tg} x}$.
30. $y = (\cos x)^{\ln 2x}$.
31. $y = (2x)^{\operatorname{arctgx}}$.
32. $y = (\log_4 x)^{\sin x}$.
33. $y = (\arccos x)^{\sqrt{x}}$.
34. $y = (\sin x)^{x^2}$.
35. $y = (\operatorname{ctg} x)^{\lg x}$.
36. $y = (\log_2 x)^{\cos x}$.
37. $y = (\operatorname{arctgx})^{\sqrt{1+x}}$.
38. $y = (x + \log_7 x)^{\cos x}$.
39. $y = (\operatorname{tg} x)^{\ln x}$.
40. $y = x^{2x}$.

3. Пользуясь правилом дифференцирования функций, заданных параметрически, найти производную для указанных функций.

1. $\begin{cases} x = \cos\left(\frac{t}{2}\right), \\ y = t - \sin t. \end{cases}$
2. $\begin{cases} x = t^3 + 8t, \\ y = t^5 + 2t. \end{cases}$
3. $\begin{cases} x = \sin\left(\frac{t}{2}\right), \\ y = t - \cos t. \end{cases}$
4. $\begin{cases} x = t^2 + 4t, \\ y = t^2 + 4t. \end{cases}$
5. $\begin{cases} x = \cos\left(\frac{t}{3}\right), \\ y = t + \sin t. \end{cases}$
6. $\begin{cases} x = t^2 - 2t, \\ y = t^5 + 2t. \end{cases}$
7. $\begin{cases} x = \sin\left(\frac{t}{3}\right), \\ y = t + \cos t. \end{cases}$
8. $\begin{cases} x = t^2 - 4t, \\ y = t^2 - 2t. \end{cases}$
9. $\begin{cases} x = e^{2t}, \\ y = \cos t. \end{cases}$
10. $\begin{cases} x = 2t - t^3, \\ y = 2t^2. \end{cases}$
11. $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$
12. $\begin{cases} x = 3t - t^3, \\ y = 3t^2. \end{cases}$
13. $\begin{cases} x = t - \cos t, \\ y = 1 + \sin t. \end{cases}$
14. $\begin{cases} x = 2t + t^3, \\ y = 4t^2. \end{cases}$
15. $\begin{cases} x = e^{3t}, \\ y = \sin t. \end{cases}$
16. $\begin{cases} x = 2t + t^2, \\ y = 3t^2. \end{cases}$
17. $\begin{cases} x = 3\cos t, \\ y = 4\sin^2 t. \end{cases}$
18. $\begin{cases} x = 2t - t^2, \\ y = 2t^2. \end{cases}$

$$\begin{array}{lll}
19. \begin{cases} x = 3\cos^2 t, \\ y = 2\sin^3 t. \end{cases} & 20. \begin{cases} x = 1 + 2t^2, \\ y = 4t^2. \end{cases} & 21. \begin{cases} x = 2\sin t, \\ y = 6\cos^2 t. \end{cases} \\
22. \begin{cases} x = 3t - t^3, \\ y = 3t^2. \end{cases} & 23. \begin{cases} x = 2\sin^2 t, \\ y = 3\cos^3 t. \end{cases} & 24. \begin{cases} x = t - 2t^2, \\ y = t^2. \end{cases} \\
25. \begin{cases} x = t + \ln(\sin t), \\ y = t + \ln(\cos t). \end{cases} & 26. \begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t). \end{cases} & 27. \begin{cases} x = \operatorname{arctg}(2t), \\ y = \frac{1}{t+1}. \end{cases} \\
28. \begin{cases} x = t + \ln(\cos t), \\ y = t - \ln(\sin t). \end{cases} & 29. \begin{cases} x = \arccos \sqrt{t}, \\ y = \sqrt{t-t^2}. \end{cases} & 30. \begin{cases} x = \lg t, \\ y = \lg(1+t^2). \end{cases} \\
31. \begin{cases} x = \operatorname{arctg} t^2, \\ y = \frac{1}{2t+1}. \end{cases} & 32. \begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = 1 - \cos t. \end{cases} & 33. \begin{cases} x = \arcsin \sqrt{t}, \\ y = \sqrt{1+2t}. \end{cases} \\
34. \begin{cases} x = t + 2t^3, \\ y = 5t^4. \end{cases} & 35. \begin{cases} x = \arccos(2t), \\ y = \frac{1}{1+2t^2}. \end{cases} & 36. \begin{cases} x = t^2 - 2t, \\ y = 2t^4. \end{cases} \\
37. \begin{cases} x = (t-1)^2, \\ y = \sin(t-1)^2. \end{cases} & 38. \begin{cases} x = (t+3)^2, \\ y = \cos(t+3)^2. \end{cases} & 39. \begin{cases} x = (1-t)^2, \\ y = \cos(t-1)^2. \end{cases} \\
40. \begin{cases} x = (2+t)^2, \\ y = \sin(t+2)^2. \end{cases} & &
\end{array}$$

Занятие 2.5.1. Производные и дифференциалы высших порядков

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти дифференциал второго порядка для указанных функций.

$$\begin{array}{lll}
1. \ y = \operatorname{arcctg} x + 1. & 2. \ y = x \cdot \ln x. & 3. \ y = \frac{\cos x}{x}. \\
4. \ y = \sqrt{x} + \arcsin x. & 5. \ y = e^x \cdot \operatorname{ctg} x. & 6. \ y = \sqrt{x} - \arcsin x. \\
7. \ y = e^x - \sin x. & 8. \ y = \arccos x + e^{4x}. & 9. \ y = \operatorname{tg} x - \sin x.
\end{array}$$

10. $y = \operatorname{tg} x + \cos x$.
11. $y = \frac{x}{x^2 - 2}$.
12. $y = \sqrt{x} - \arccos x$.
13. $y = \sqrt[3]{x} - \ln x$.
14. $y = e^x - \cos x$.
15. $y = \lg x - \operatorname{tg} x$.
16. $y = \frac{x}{\sin x}$.
17. $y = \frac{x^2}{2 - x}$.
18. $y = \arcsin x - e^{2x}$.
19. $y = \sqrt[3]{x} + \ln x$.
20. $y = e^x \cdot \operatorname{tg} x$.
21. $y = \frac{x^4}{2 - x}$.
22. $y = \frac{x}{\cos x}$.
23. $y = \frac{x}{x^2 + 3}$.
24. $y = \operatorname{tg} x + x^2$.
25. $y = \operatorname{ctg} x + x^4$.
26. $y = \frac{x}{x^3 - 1}$.
27. $y = \ln x + \operatorname{tg} x$.
28. $y = \arccos x - e^{2x}$.
29. $y = x \cdot \cos x$.
30. $y = \frac{x}{x^2 + 2}$.
31. $y = \frac{\sin x}{x}$.
32. $y = e^x + \sin x$.
33. $y = \sqrt{x} + \arccos x$.
34. $y = e^x + \cos x$.
35. $y = \frac{x}{x^3 + 1}$.
36. $y = \operatorname{ctg} x - \cos x$.
37. $y = x \cdot \sin x$.
38. $y = \frac{x}{x^2 - 1}$.
39. $y = \ln x + \operatorname{ctg} x$.
40. $y = \operatorname{arctg} x + 2$.

Занятие 2.7.1. Вычисление неопределенных интегралов

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Вычислить неопределенные интегралы, где n – номер варианта.

- 1) $\int x^3 \sqrt{x^4 + n} dx$;
- 2) $\int \sin^3(nx) \cdot \cos(nx) dx$;
- 3) $\int \frac{\ln^2(n+x) dx}{n+x}$;
- 4) $\int (n+x) \ln x dx$;
- 5) $\int (2x-n) \cdot \sin(nx) dx$;
- 6) $\int (n+x) e^{nx} dx$.

Занятие 2.9.1. Вычисление определенных интегралов

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Вычислить определенные интегралы, где n – номер варианта.

- 1) $\int_0^1 x^2 \sqrt{n+x^3} dx$;
- 2) $\int_1^e (x+n) \cdot \ln x dx$;
- 3) $\int_{-1}^0 x \cdot e^{n-x^2} dx$;

$$4) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^{n+1} x} dx;$$

$$5) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-n) \cdot \cos x dx;$$

$$6) \int_0^1 x \cdot e^{nx} dx.$$

Занятие 2.11.1. Вычисление интегралов

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

- | | | |
|--|--|---|
| 1. a) $\int x\sqrt{x^2-4} dx;$ | b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-1) \cdot \sin x dx;$ | c) $\int \frac{2x+1}{(x-2)(x+1)} dx.$ |
| 2. a) $\int \sin^3 x \cdot \cos x dx;$ | b) $\int_1^e x \cdot \ln x dx;$ | c) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x}+1}.$ |
| 3. a) $\int \frac{\ln(3x) dx}{x};$ | b) $\int_0^1 x \cdot e^{2x} dx;$ | c) $\int \frac{1-\sin x}{1+\cos x} dx.$ |
| 4. a) $\int 4^{\cos x} \sin x dx;$ | b) $\int_0^1 \arctg x dx;$ | c) $\int \frac{1-x+x^2}{x^2-x-2} dx.$ |
| 5. a) $\int \cos(5x) \cdot \sin^5(5x) dx;$ | b) $\int_1^e (x+3) \cdot \ln x dx;$ | c) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[4]{x^3}+1}.$ |
| 6. a) $\int \frac{\ln^3 x dx}{x};$ | b) $\int_0^{0.5} x \cdot \arcsin x dx;$ | c) $\int \frac{x^3}{x^2-1} dx.$ |
| 7. a) $\int \frac{x^2 dx}{x^3+7};$ | b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-1) \cdot \cos x dx;$ | c) $\int \frac{1+\sin x}{(1+\cos x) \sin x} dx.$ |
| 8. a) $\int e^{\cos 3x} \sin 3x dx;$ | b) $\int_0^1 (2x-1) \cdot e^{3x} dx;$ | c) $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2+1}}.$ |
| 9. a) $\int \frac{\sin x}{2^{\cos x}} dx;$ | b) $\int_1^e (x-1) \cdot \ln x dx;$ | c) $\int \frac{1-x}{x^2+2x+2} dx.$ |
| 10. a) $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx;$ | b) $\int_0^1 x \cdot e^{3x} dx;$ | c) $\int \sin(2x) \cdot \sin x dx.$ |
| 11. a) $\int \sin^3(6x) dx;$ | b) $\int_0^{0.5} x \cdot \arccos x dx;$ | c) $\int \frac{xdx}{\sqrt[3]{x+1} + \sqrt{x+1}}.$ |
| 12. a) $\int \cos^3(9x) dx;$ | b) $\int_0^1 \operatorname{arccotg} x dx;$ | c) $\int \frac{x^3}{(x^2-1)(x+2)} dx.$ |
| 13. a) $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx;$ | b) $\int_1^e \ln 3x dx;$ | c) $\int \sin^3(2x) \sqrt{\cos(2x)} dx.$ |

$$14.a) \int x \cdot \sqrt[3]{x^2 + 5} dx;$$

$$b) \int_0^1 (2x-1) \cdot e^x dx;$$

$$c) \int \frac{\sqrt{x} dx}{1 - \sqrt[3]{x}}.$$

$$15.a) \int \frac{2x-4}{\sqrt{x^2-4x}} dx;$$

$$b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cdot \cos x dx;$$

$$c) \int \frac{4+x+x^3}{x^3-x-4} dx.$$

$$16.a) \int e^{1+x^2} \cdot x dx;$$

$$b) \int_0^{0.5} \arcsin x dx;$$

$$c) \int \sin^2(4x) \sqrt{\cos(4x)} dx.$$

$$17.a) \int \sin(2x) \cdot \cos^3(2x) dx;$$

$$b) \int_0^1 2x \cdot e^{4x} dx;$$

$$c) \int \frac{\sqrt{x} dx}{2 - \sqrt[4]{x}}.$$

$$18.a) \int \cos^2(1+x) dx;$$

$$b) \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 (x+8) \cdot \sin x dx;$$

$$c) \int \frac{x^3 + x^2}{x^2 - x - 2} dx.$$

$$19.a) \int \frac{x}{x^2-7} dx;$$

$$b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cdot \sin 2x dx;$$

$$c) \int \sin(5x) \cdot \cos^3(5x) dx.$$

$$20.a) \int \frac{x dx}{\sqrt[4]{x^2+2}};$$

$$b) \int_0^1 x \cdot \arctg x dx;$$

$$c) \int \frac{1-x^2}{x^2+2x+4} dx.$$

$$21.a) \int e^{\sin(4x)} \cos(4x) dx;$$

$$b) \int_0^{0.5} \arccos x dx;$$

$$c) \int \frac{dx}{\sqrt{x}(1-\sqrt{x})^2}.$$

$$22.a) \int \frac{dx}{x \ln^3 x};$$

$$b) \int_1^e \ln^2 x dx;$$

$$c) \int \sin(3x) \cdot \cos(3x) dx.$$

$$23.a) \int \frac{\cos x dx}{\sin^4 x};$$

$$b) \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 (x+1) \cdot \cos x dx;$$

$$c) \int \frac{1-x}{x^3+2x^2+x} dx.$$

$$24.a) \int \frac{x}{x^2+8} dx;$$

$$b) \int_0^1 x \cdot \operatorname{arccotg} x dx;$$

$$c) \int \sin^6(2x) \cdot \cos(2x) dx.$$

$$25.a) \int \frac{dx}{x \ln^2 x};$$

$$b) \int_0^1 (2+x) \cdot e^{4+x} dx;$$

$$c) \int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^3}.$$

$$26.a) \int x \sqrt{x^2+11} dx;$$

$$b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+16) \cdot \sin x dx;$$

$$c) \int \frac{2x+3}{(x-2)(x+3)} dx.$$

$$27.a) \int \sin^4 x \cdot \cos x dx;$$

$$b) \int_1^e (x+21) \cdot \ln x dx;$$

$$c) \int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x+22}}.$$

$$28.a) \int \frac{\ln(14x) dx}{x};$$

$$b) \int_0^1 x \cdot e^{22x} dx;$$

$$c) \int \frac{1+\sin x}{1-\cos x} dx.$$

- 29.a) $\int 6^{\cos x} \sin x dx$; b) $\int_0^1 x \cdot \operatorname{arctg} x dx$; c) $\int \frac{3+x+x^2}{x^2-x-2} dx$.
- 30.a) $\int \cos(2x) \cdot \sin^6(2x) dx$; b) $\int_1^e (x+9) \cdot \ln x dx$; c) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[3]{x+2}}$.
- 31.a) $\int \frac{\ln^5 x dx}{x}$; b) $\int_0^{0.5} x \cdot \arcsin(2x) dx$; c) $\int \frac{x^3}{x^2-4} dx$.
- 32.a) $\int \frac{x^2 dx}{x^3+8}$; b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+8) \cdot \cos x dx$; c) $\int \frac{1+\cos x}{(1+\sin x)\cos x} dx$.
- 33.a) $\int e^{\cos 7x} \sin 7x dx$; b) $\int_0^1 (4x+5) \cdot e^{2x} dx$; c) $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2+4}}$.
- 34.a) $\int \frac{\sin x}{5^{\cos x}} dx$; b) $\int_1^e (x+13) \cdot \ln x dx$; c) $\int \frac{1-x}{x^2+2x+5} dx$.
- 35.a) $\int \frac{\arcsin 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$; b) $\int_0^1 x \cdot e^{-2x} dx$; c) $\int \sin(4x) \cdot \sin(2x) dx$.
- 36.a) $\int \sin^3(8x) dx$; b) $\int_0^{0.5} x \cdot \arccos(2x) dx$; c) $\int \frac{xdx}{\sqrt[3]{x+3} + \sqrt{x+3}}$.
- 37.a) $\int \cos^3(10x) dx$; b) $\int_0^1 \operatorname{arcctg}(2x) dx$; c) $\int \frac{x^3}{(x^2-4)(x+1)} dx$.
- 38.a) $\int \frac{\operatorname{arctg} 3x}{1+9x^2} dx$; b) $\int_1^e \ln 9x dx$; c) $\int \sin^3(7x) \sqrt{\cos(7x)} dx$.
- 39.a) $\int x \cdot \sqrt[3]{x^2+15} dx$; b) $\int_0^1 (2x+10) \cdot e^x dx$; c) $\int \frac{\sqrt{x+1} dx}{1-\sqrt[3]{x+1}}$.
- 40.a) $\int \frac{3x^2-6}{\sqrt{x^3-6x}} dx$; b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cdot \cos 2x dx$; c) $\int \frac{6+x+x^3}{x^3-x-6} dx$.

Занятие 2.13.1. Вычисление площадей плоских фигур

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной указанными линиями, где n – номер варианта.

1) $y = x^2$, $y = n^2$;

2) $y = x^2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = n$;

3) $y = x^3$, $y = n^3$, $x = 0$;

4) $y = \frac{n}{x}$, $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$.

§ 3. Комплексные числа

Занятие 3.1.1. Геометрическое изображение комплексных чисел

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найдите геометрическое место точек, изображающих комплексное число, удовлетворяющих условию.

- | | |
|--|---|
| 1. $\operatorname{Re}(z-1)^2 \leq 1$ | 2. $\begin{cases} z-1 < 1, \\ \operatorname{Re} z \leq 1, \\ \operatorname{Im} z \leq 1. \end{cases}$ |
| 3. $\operatorname{Im}(z+1)^2 > -4$ | 4. $\begin{cases} z-1 > 3, \\ \operatorname{Re} z \geq 1, \\ \operatorname{Im} z > 3. \end{cases}$ |
| 5. $\operatorname{Im}(z-1)^2 \leq 1$ | 6. $\begin{cases} z+1 \leq 2, \\ \operatorname{Re} z < 2, \\ \operatorname{Im} z < 2. \end{cases}$ |
| 7. $\operatorname{Re}(z-4)^2 \geq -3$ | 8. $\begin{cases} z+1 < 3, \\ \operatorname{Re} z \geq 2, \\ \operatorname{Im} z > 2. \end{cases}$ |
| 9. $\operatorname{Re}(z-2)^2 \leq 1$ | 10. $\begin{cases} z+2 \leq 1, \\ \operatorname{Re} z < 1, \\ \operatorname{Im} z \leq 1. \end{cases}$ |
| 11. $\operatorname{Im}(z+6)^2 \leq -3$ | 12. $\begin{cases} z+4 \leq 1, \\ \operatorname{Re} z > 5, \\ \operatorname{Im} z < 1. \end{cases}$ |
| 13. $\operatorname{Im}(z-2)^2 \leq 1$ | 14. $\begin{cases} z+3 < 1, \\ \operatorname{Re} z \geq -1, \\ \operatorname{Im} z \leq 1. \end{cases}$ |

$$15. \operatorname{Re}(z-5)^2 \leq -4$$

$$17. \operatorname{Re}(z+5)^2 \leq -2$$

$$19. \operatorname{Im}(z+6)^2 \leq 1$$

$$21. \operatorname{Im}(z+5)^2 \leq -4$$

$$23. \operatorname{Re}(z+7)^2 \leq 4$$

$$25. \operatorname{Re}(z-4)^2 < -2$$

$$27. \operatorname{Re}(z-1)^2 \leq 2$$

$$29. \operatorname{Im}(z+7)^2 > -4$$

$$31. \operatorname{Im}(z-8)^2 \leq 1$$

$$16. \begin{cases} |z+5| < 2, \\ \operatorname{Re} z \geq -3, \\ \operatorname{Im} z \leq -1. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} |z+4| > 1, \\ \operatorname{Re} z < -2, \\ \operatorname{Im} z \leq -1. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} |z+3| < 6, \\ \operatorname{Re} z \geq -1, \\ \operatorname{Im} z < -4. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} |z-2| \leq 1, \\ \operatorname{Re} z \leq 1, \\ \operatorname{Im} z < 1. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} |z-4| < 2, \\ \operatorname{Re} z \geq -4, \\ \operatorname{Im} z \leq -2. \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} |z-3| < 1, \\ \operatorname{Re} z \leq 1, \\ \operatorname{Im} z \leq 1. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} |z-6| > 3, \\ \operatorname{Re} z \geq 1, \\ \operatorname{Im} z > 3. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} |z+7| \leq 2, \\ \operatorname{Re} z < 2, \\ \operatorname{Im} z < 2. \end{cases}$$

$$32. \begin{cases} |z+8| < 3, \\ \operatorname{Re} z \geq 2, \\ \operatorname{Im} z > 2. \end{cases}$$

33. $\operatorname{Re}(z-4)^2 \geq -5$
34. $\begin{cases} |z+9| \leq 1, \\ \operatorname{Re} z < 1, \\ \operatorname{Im} z \leq 1. \end{cases}$
35. $\operatorname{Re}(z-2)^2 \leq 2$
36. $\begin{cases} |z+10| \leq 1, \\ \operatorname{Re} z > 5, \\ \operatorname{Im} z < 1. \end{cases}$
37. $\operatorname{Im}(z-6)^2 \leq -1$
38. $\begin{cases} |z+13| < 1, \\ \operatorname{Re} z \geq -1, \\ \operatorname{Im} z \leq 1. \end{cases}$
39. $\operatorname{Im}(z-1)^2 \leq 2$
40. $\begin{cases} |z-5| < 4, \\ \operatorname{Re} z \geq -3, \\ \operatorname{Im} z \leq -1. \end{cases}$

Занятие 3.2.1. Действия над комплексными числами в алгебраической форме

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале (n – номер варианта).

Решить квадратное уравнение и найти $\frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{z_2^2} + i^n + \frac{n \cdot (\overline{z_1} - z_2)}{z_1 + z_2}$.

- | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 1. $z^2 - 2z + 2 = 0$. | 2. $z^2 - 2z + 10 = 0$. | 3. $z^2 - 4z + 5 = 0$. |
| 4. $z^2 - 4z + 13 = 0$. | 5. $z^2 - 8z + 17 = 0$. | 6. $z^2 - 8z + 20 = 0$. |
| 7. $z^2 - 2z + 5 = 0$. | 8. $z^2 - 4z + 8 = 0$. | 9. $z^2 - 2z + 17 = 0$. |
| 10. $z^2 - 6z + 10 = 0$. | 11. $z^2 - 2z + 37 = 0$. | 12. $z^2 - 10z + 29 = 0$. |
| 13. $z^2 - 10z + 26 = 0$. | 14. $z^2 - 6z + 25 = 0$. | 15. $z^2 - 8z + 25 = 0$. |
| 16. $z^2 - 4z + 40 = 0$. | 17. $z^2 - 6z + 34 = 0$. | 18. $z^2 - 6z + 45 = 0$. |
| 19. $z^2 - 8z + 41 = 0$. | 20. $z^2 - 8z + 52 = 0$. | 21. $z^2 - 10z + 34 = 0$. |
| 22. $z^2 - 10z + 50 = 0$. | 23. $z^2 - 10z + 61 = 0$. | 24. $z^2 - 12z + 37 = 0$. |
| 25. $z^2 - 12z + 45 = 0$. | 26. $z^2 - 12z + 52 = 0$. | 27. $z^2 - 12z + 61 = 0$. |
| 28. $z^2 - 14z + 50 = 0$. | 29. $z^2 - 14z + 53 = 0$. | 30. $z^2 - 14z + 58 = 0$. |

$$\begin{array}{lll}
31. z^2 - 4z + 20 = 0. & 32. z^2 - 14z + 65 = 0. & 33. z^2 - 12z + 72 = 0. \\
34. z^2 - 12z + 40 = 0. & 35. z^2 - 10z + 41 = 0. & 36. z^2 - 8z + 32 = 0. \\
37. z^2 - 4z + 29 = 0. & 38. z^2 - 2z + 26 = 0. & 39. z^2 - 6z + 13 = 0. \\
40. z^2 - 6z + 18 = 0.
\end{array}$$

Занятие 3.3.1. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Записать комплексные числа z_1 и z_2 в тригонометрической и показательной формах. Значения z_1 и z_2 взять из занятия 3.2.1.

Занятие 3.4.1. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной форме

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти в тригонометрической и показательной формах значения выражений: $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$, $\frac{z_2}{z_1}$, z_1^2 , z_2^2 , $\sqrt{z_1}$ и $\sqrt{z_2}$. Значения z_1 и z_2 взять из занятия 3.3.1.

Занятие 3.4.2. Подготовка к контрольной работе

Задание для всех: выполнить примерный вариант контрольной работы.

Примерный вариант контрольной работы

1.

$$\text{Решить систему линейных уравнений: } \begin{cases} x - y + z = 0; \\ x + y - z = 0; \\ x + y + z = 2. \end{cases}$$

или

Найти значение выражения $2 \cdot B - A \cdot C$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \text{ и } C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Составить общее, каноническое, с угловым коэффициентом и в отрезках уравнения прямой линии, проходящей через точку $A(1;1)$ перпендикулярно прямой линии $l: 2x - y - 1 = 0$. Сделать чертеж.

3. Вычислить пределы (любое одно):

$$\begin{array}{lll} a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 4x^7 + 1}{4x^7 + 2x^3 + x^2}; & b) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 5x - 14}{x - 7}; & c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 10x}; \\ d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5+4x} - \sqrt{5-4x}}{4x}; & e) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x-5} \right)^x; & f) \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + 4x^2 \right)^{-\frac{2}{3x^2}}. \end{array}$$

4. Найти производную функции (любое одно):

$$a) y = \arccos \left(\sqrt{e^x} \right); \quad b) \begin{cases} x = (2+t)^2, \\ y = \sin(t+2)^2. \end{cases}; \quad c) y = (2x + \log_2 x)^{\cos x}.$$

5. Вычислить интегралы (любое одно):

$$\begin{array}{ll} a) \int \frac{x+4}{(x+2)(x-4)} dx. & b) \int \frac{1}{\sqrt[3]{x+2} + \sqrt{x+2}} dx. \\ c) \int \frac{2x}{4x^2+1} dx. & d) \int_0^1 x \cdot e^x dx. \end{array}$$

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $y = -x^2$, $y = 16x$.

7. Записать комплексные числа $z_1 = -3 + \sqrt{3}i$ и $z_2 = -3i$ в тригонометрической и показательной формах. Найти $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$, z_1^2 , $\sqrt{z_2}$.

§ 4. Дифференциальные уравнения

Занятие 4.1.1. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

$$\begin{array}{ll} 1. y' + \frac{y^3}{(x-4)^2} = 0. & 2. y' - x^{-2}y^{-3} = 0. \\ 3. y' + 16y \sin 8x = 0. & 4. y' + 30y^4 \sin 2x = 0. \\ 5. y' + 16\sqrt{y} \sin 16x = 0. & 6. y' - 6y^2 \cos 2x = 0. \\ 7. y' + x^3 \sqrt{y} = 0. & 8. y' + 4y \cos 2x = 0. \\ 9. y' + \sqrt{x}y^2 = 0. & 10. y' + 15ye^{-5x+1} = 0. \end{array}$$

11. $y' - \sqrt{4x-2} \cdot y = 0$.
12. $y' - 24y^3 \cos 2x = 0$.
13. $y' - xy^2 = 0$.
14. $y' + 8y^2 \cos 4x = 0$.
15. $y' + xy^2 = 0$.
16. $y' - (2x-1) \cdot y = 0$.
17. $y' - \sqrt{x-1} \cdot y = 0$.
18. $y' + 6y^2 e^{x+1} = 0$.
19. $y' + 3\sqrt[3]{y-1} \cdot \sqrt{x} = 0$.
20. $y' + 2xy = 0$.
21. $y' - x^3 y^4 = 0$.
22. $y' + \frac{y^2}{\sqrt{x-4}} = 0$.
23. $y' - 8y \cdot \operatorname{ctgx} = 0$.
24. $y' - (18x-3) \cdot y = 0$.
25. $y' - (7x+3) \cdot y = 0$.
26. $y' - 12y^3 x^4 = 0$.
27. $y' + 20y^4 x^2 = 0$.
28. $y' + 9ye^{3x+1} = 0$.
29. $y' - 3yx^2 = 0$.
30. $y' - (x-1)^2 \cdot y = 0$.
31. $y' - x^2 y^3 = 0$.
32. $y' - 3 \cdot \sqrt[3]{y} \cdot x^2 = 0$.
33. $y' - 6ye^{-2x} = 0$.
34. $y' - \sqrt[3]{x-1} \cdot \sqrt{y} = 0$.
35. $y' - 15y^4 \sin 5x = 0$.
36. $y' + 120y^4 x^{-3} = 0$.
37. $y' + 4y \cdot \operatorname{tgx} = 0$.
38. $y' + (x+2)^2 \cdot y^3 = 0$.
39. $y' - 4ye^{2x} = 0$.
40. $y' - (x-1) \cdot y = 0$.

Занятие 4.2.1. Решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти частное решение линейного дифференциального уравнения первого порядка с постоянными коэффициентами.

1. $y' + 2y = e^{2x}, y(0) = 0$.
2. $y' - y = e^{2x}, y(0) = 0$.
3. $y' - y = e^x, y(0) = 0$.
4. $y' - y = e^{-x}, y(0) = 0$.
5. $y' + 2y = e^{-2x}, y(0) = 0$.
6. $y' - y = e^{-2x}, y(0) = 0$.
7. $y' + 2y = e^x, y(0) = 0$.
8. $y' - y = 2e^x, y(0) = 0$.
9. $y' + 2y = e^{-x}, y(0) = 0$.
10. $y' - y = 2e^{5x}, y(0) = 0$.

$$11. y' + y = 3e^{2x}, y(0) = 0.$$

$$13. y' - 4y = e^{2x}, y(0) = 0.$$

$$15. y' + y = e^{5x}, y(0) = 0.$$

$$17. y' + y = e^{-2x}, y(0) = 0.$$

$$19. y' + y = e^{-x}, y(0) = 0.$$

$$21. y' - 2y = e^x, y(0) = 0.$$

$$23. y' - 2y = e^{2x}, y(0) = 0.$$

$$25. y' - 2y = e^{8x}, y(0) = 0.$$

$$27. y' + 5y = e^{2x}, y(0) = 0.$$

$$29. y' - 3y = e^{-2x}, y(0) = 0.$$

$$31. y' + 12y = e^{-2x}, y(0) = 0.$$

$$33. y' + 6y = e^{-x}, y(0) = 0.$$

$$35. y' + 8y = e^{-4x}, y(0) = 0.$$

$$37. y' + y = -6e^{2x}, y(0) = 0.$$

$$39. y' - 14y = e^{-4x}, y(0) = 0.$$

$$12. y' + y = 2e^x, y(0) = 0.$$

$$14. y' + y = e^{-5x}, y(0) = 0.$$

$$16. y' + y = e^{7x}, y(0) = 0.$$

$$18. y' - 2y = e^{-2x}, y(0) = 0.$$

$$20. y' - 2y = e^{-x}, y(0) = 0.$$

$$22. y' + y = e^x, y(0) = 0.$$

$$24. y' + y = e^{2x}, y(0) = 0.$$

$$26. y' + y = e^{-8x}, y(0) = 0.$$

$$28. y' - 3y = e^{2x}, y(0) = 0.$$

$$30. y' - 4y = e^{-4x}, y(0) = 0.$$

$$32. y' - 9y = e^{-2x}, y(0) = 0.$$

$$34. y' - y = 5e^{-5x}, y(0) = 0.$$

$$36. y' - y = 25e^{-5x}, y(0) = 0.$$

$$38. y' + 8y = -2e^{-x}, y(0) = 0.$$

$$40. y' + 9y = e^{-6x}, y(0) = 0.$$

Занятие 4.3.1. Решение однородных дифференциальных уравнений

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти общее решение однородного дифференциального уравнения первого порядка.

$$1. 2y' = \frac{2y}{x} + \sin^2 \frac{y}{x}.$$

$$2. y' = \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x} \right)^2.$$

$$3. y' = \frac{y}{x+y}.$$

$$4. (x-y)y dx - x^2 dy = 0.$$

$$5. y - xy' = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

$$6. y = xy' - xe^{\frac{y}{x}}.$$

$$7. x(x+2y) dx + (x^2 - y^2) dy = 0.$$

$$8. xy' = y + x \cdot \sin \frac{y}{x}.$$

$$9. y' = \frac{y}{x} - \sin^2 \frac{y}{x}.$$

$$10. (x^2 - y^2) dx + 2xy dy = 0.$$

$$11. y' = \frac{y}{x} + \sin^2 \frac{y}{x}.$$

$$12. (x^2 + 2xy) dx + xy dy = 0.$$

$$13. 2y' = \frac{2y}{x} + \cos^2 \frac{y}{x}.$$

$$14. y' = \frac{x+2y}{-x}.$$

$$15. xdy - ydx = ydy.$$

$$16. 2y' = \frac{2y}{x} - \cos^2 \frac{y}{x}.$$

$$17. y' = \frac{x+3y}{2x}.$$

$$18. y' = \frac{y}{x} + \cos^2 \frac{y}{x}.$$

$$19. 2(xy + y^2) dx - x^2 dy = 0.$$

$$20. y' = 4 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2.$$

$$21. y' = \frac{y}{x} - \cos^2 \frac{y}{x}.$$

$$22. (x^2 - 2y^2) dx + 2xy dy = 0.$$

$$23. x \cdot y' \cdot \ln \frac{y}{x} = x + y \cdot \ln \frac{y}{x}.$$

$$24. y' = \frac{x-y}{x-2y}.$$

$$25. (2x + y) dx - 2x dy = 0.$$

$$26. y = xy' - xe^{\frac{2y}{x}}.$$

$$27. y' = \frac{x-2y}{2x}.$$

$$28. (x^2 - 5y^2) dx + 2xy dy = 0.$$

$$29. y' = 25 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2.$$

$$30. y = xy' - xe^{-\frac{y}{x}}.$$

$$31. y' = \frac{y}{x} - \cos^2 \frac{5y}{x}.$$

$$32. y' = \frac{4y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2.$$

$$33. y' = \frac{y}{x} + \sin^2 \frac{9y}{x}.$$

$$34. y = xy' - xe^{-\frac{8y}{x}}.$$

$$35. y = xy' + xe^{\frac{4y}{x}}.$$

$$36. y' = \frac{y}{x} + \cos^2 \frac{8y}{x}.$$

$$37. y' = 36 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2.$$

$$38. y' = \frac{x+2y}{5x}.$$

$$39. y' = -\frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2.$$

$$40. y' = \frac{y}{x} - \sin^2 \frac{4y}{x}.$$

Занятие 4.4.1. Решение уравнений Я. Бернулли

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти общее решение уравнения Бернулли.

$$1. y' + y = xy^3.$$

$$2. y' = \frac{y}{2x} + \frac{1}{2y}.$$

$$3. y^3 y' + xy^4 = x.$$

$$4. y' + xy = x^3 y^3.$$

$$5. y' + \frac{3y}{x} = x^3 y^3.$$

$$6. y'x + y = xy^2.$$

$$7. y' - y = y^2 e^x.$$

$$8. xy' + 2y = x^2 \sqrt{y}.$$

$$9. xy' + y = xy^2 \ln x.$$

$$10. y^4 y' + xy^5 = x.$$

$$11. y' + y = y^2 e^{4x}.$$

$$12. y' - y = xy^3.$$

$$13. y' = \frac{y}{2x} - \frac{1}{2y}.$$

$$14. y' + \frac{y}{x} = x^5 y^4.$$

$$15. y'x + y = xy^6.$$

$$16. y' - \frac{3y}{x} = x^3 y^3.$$

$$17. xy' - 4y = x^2 \sqrt{y}.$$

$$18. y' - y = y^2 e^{2x}.$$

$$19. y^3 y' - xy^4 = x.$$

$$20. y' - \frac{y}{x} = x^6 y^4.$$

$$21. y' - xy = x^3 y^3.$$

$$22. xy' - y = xy^2 \ln x.$$

$$23. y'x - y = xy^4.$$

$$24. y^4 y' - xy^5 = x.$$

$$25. y' + \frac{4y}{x} = x^3 y^3.$$

$$26. y' - \frac{y}{x} = x^8 y^4.$$

$$27. xy' - 4y = x^5 \sqrt{y}.$$

$$28. xy' + y = xy^2 \ln 2x.$$

$$29. y' + \frac{y}{x} = x^{-2} y^4.$$

$$30. y' = \frac{y}{4x} + \frac{1}{4y}.$$

$$31. y' + \frac{y}{x} = x^{-7} y^4.$$

$$32. xy' + y = xy^2 \ln 8x.$$

$$33. y' = \frac{y}{6x} + \frac{1}{6y}.$$

$$34. xy' + y = xy^2 \ln 5x.$$

$$35. y' + \frac{y}{x} = x^{-9} y^4.$$

$$36. y' = \frac{y}{9x} + \frac{1}{9y}.$$

$$37. xy' + y = xy^2 \ln 4x.$$

$$38. y' = \frac{y}{5x} + \frac{1}{5y}.$$

$$39. y' - \frac{y}{x} = x^{-5} y^4.$$

$$40. xy' + 2y = x^6 \sqrt{y}.$$

Занятие 4.6.1. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

$$1. y'' + 3y' + y = 0.$$

$$2. y'' + 2y' + y = 0.$$

$$3. y'' + 4y' + 6y = 0.$$

$$4. y'' + 4y' + 5y = 0.$$

$$5. y'' - 3y' + 2y = 0.$$

$$6. y'' + 3y' + 2y = 0.$$

$$7. y'' - 4y' + y = 0.$$

$$8. y'' - 4y' + 4y = 0.$$

$$9. y'' + 2y' + 3y = 0.$$

$$10. y'' + 4y' + 3y = 0.$$

$$11. y'' + 6y' + 9y = 0.$$

$$12. y'' + 2y' + 5y = 0.$$

$$13. y'' - 2y' + y = 0.$$

$$14. y'' - y' - 2y = 0.$$

$$15. y'' + 4y' + 4y = 0.$$

$$16. y'' + 3y' + 2y = 0.$$

$$17. y'' - 3y' + 2y = 0.$$

$$18. y'' - 8y' + 16y = 0.$$

$$19. y'' - 2y' + 4y = 0.$$

$$20. y'' - 2y' + 5y = 0.$$

$$21. y'' - y' + 9y = 0.$$

$$22. y'' - 6y' + 9y = 0.$$

$$23. y'' + y' - 2y = 0.$$

$$24. y'' + 8y' + 6y = 0.$$

$$25. y'' + 8y' + 16y = 0.$$

$$26. y'' + 2y' - 3y = 0.$$

$$27. y'' - y' - 4y = 0.$$

$$28. y'' - 2y' - 3y = 0.$$

29. $y'' - 4y' + 5y = 0$.

30. $y'' - 6y' + y = 0$.

31. $y'' - 4y' + 3y = 0$.

32. $y'' - 3y' + y = 0$.

33. $y'' - y' + 5y = 0$.

34. $y'' + 2y' - 6y = 0$.

35. $y'' - 3y' + 7y = 0$.

36. $y'' + 8y' - y = 0$.

37. $y'' + 4y' + 7y = 0$.

38. $y'' + 4y' + 6y = 0$.

39. $y'' - 3y' + y = 0$.

40. $y'' - 2y' + 2y = 0$.

Занятие 4.8.1. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

1. $y'' - 4y = (x+1)e^{-x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$.

2. $y'' + 4y = \cos x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$.

3. $y'' + 8y' + 16y = e^{4x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$.

4. $y'' + 4y = \sin 2x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$.

5. $y'' + y' - 2y = 6x^2 + 1, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$.

6. $y'' + y' + 2,5y = 25\cos 2x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$.

7. $y'' + 2y' - 3y = (x+7)e^{-x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$.

8. $y'' + 3y' = -8x + 4, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$.

9. $y'' + 36y = \sin x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$.

10. $y'' - 3y' + 2y = (7x+6)e^x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$.

11. $y'' + y = \cos 9x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$.

12. $y'' + 3y' = 8x - 7, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$.

13. $y'' - 5y' + 6y = 13\sin 3x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$.

14. $y'' - 4y = 8 + 4x^2, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$.

15. $y'' - 3y' - 10y = 3\cos x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$.

16. $y'' - 9y = xe^{-2x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$.

17. $y'' + 4y = 3\sin 2x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$.

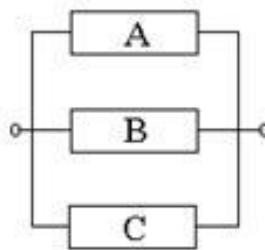
18. $y'' + y' - 2y = (x+2)e^{-x}, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
19. $y'' + y' + y = 3\cos 2x, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
20. $y'' - 2y' + y = 3x+1, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
21. $y'' + y' = x\sin x, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
22. $y'' - 3y' + 2y = x^2 - 2x + 1, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
23. $y'' + y = 2e^x, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
24. $y'' - 2y' + 2y = -4\sin x, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
25. $y'' - 3y' + 2y = x^2 + x, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
26. $y'' - 4y = e^x \cos x, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
27. $y'' - 2y = xe^{-x}, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
28. $y'' - 4y = 8x^3, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
29. $y'' + 3y' = x - 2, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
30. $y'' + y = \cos x, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
31. $y'' - 3y' + 2y = (x+2)e^x, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
32. $y'' + 4y = \sin x, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
33. $y'' + 3y' = 9x + 1, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
34. $y'' + 2y' - 3y = (x+1)e^{-3x}, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
35. $y'' + y' + 5y = 25\cos x, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
36. $y'' + y' - 2y = 2x^2 + 7, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
37. $y'' + 3y = \sin 5x, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
38. $y'' + 2y' + y = e^x, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
39. $y'' + y = \cos 2x, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$
40. $y'' - 7y = (x+7)e^{-x}, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0.$

§ 5. Основы теории вероятностей

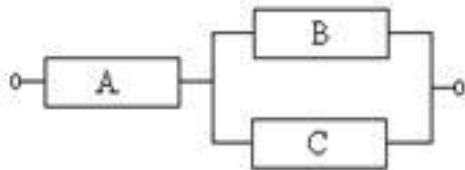
Занятие 5.1.1. Вычисление вероятности сложного события

Индивидуальные задания: решить задачи, где n – номер варианта.

1. Два предприятия производят пожарные извещатели. Вероятность того, что первое предприятие выйдет на мировой рынок, равна $0, n$, а вероятность выхода на мировой уровень второго предприятия равен $0,7$. Найти вероятность того, что хотя бы одно предприятие выйдет на мировой рынок.
2. Два предприятия производят пожарные извещатели. Вероятность того, что первое предприятие выйдет на мировой рынок, равна $0, n$, а вероятность выхода на мировой уровень второго предприятия равен $0,7$. Найти вероятность того, что только одно предприятие выйдет на мировой рынок.
3. В электрическую цепь параллельно включены три независимо работающих элемента. Вероятности отказа элементов соответственно равны $0, n$; $0,1$; $0,2$. Найти вероятность того, что в цепи не будет тока.

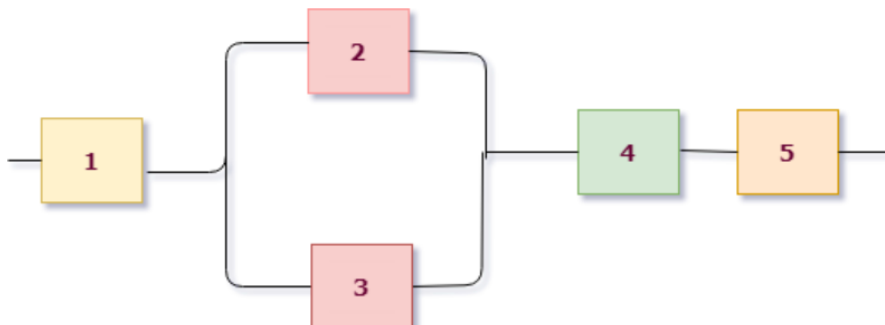


4. Дана электрическая цепь:



Вероятность выхода из строя элемента A равна $0, n$, элемента B – $0, (n+1)$, элемента C – $0, (n+2)$. Найти вероятность того, что ток в цепи будет.

5. Найти вероятность обрыва цепи, если вероятность отказа каждого элемента равна $0, n$, а отказы элементов – независимые события.



Занятие 5.2.1. Формулы полной вероятности и Байеса

Индивидуальные задания: решить задачи, где n – номер варианта.

1. Три пожарных произвели по одному разу подали воду из пожарного рукава в очаг возгорания для его предотвращения. Вероятность попадания 1-м пожарным равна $0, n$, 2-м – $0,7$, 3-м – $0,8$. При одном попадании в очаг возгорания вероятность его локализации $0,2$, при двух – $0,6$, при трех – пожар заведомо потушен. Найти вероятность ликвидации пожара.
2. На сборку пожарных извещателей поступают детали с трех автоматов, производительность которых относится как $5:3:2$. Первый автомат в среднем дает 1% брака, второй – 2% , третий – $1, n\%$. Какова вероятность того, что взятая наудачу пожарный извещатель окажется стандартным?
3. 45% пожарных автомобилей, имеющих в гараже, поставляются первой фирмой, $n\%$ – второй, остальные – третьей. Вероятности того, что пожарные автомобили, поставленные этими фирмами, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока, равны $0,9$, $0,8$ и $0,7$ соответственно. Какова вероятность, что произвольно выбранный пожарный автомобиль выдержал гарантийный срок работы был поставлен III фирмой?

Занятие 5.3.1. Формула Бернулли

Индивидуальные задания: решить задачи, где N – номер варианта, согласно журналу группы.

1. В пункте 1 вычислить вероятность наступления события A ровно k раз в серии из n независимых испытаний, если p вероятность наступления этого события в одном испытании; в пункте 2 при тех же условиях найти вероятность $P_m(k_1; k_2)$ наступления события не менее k_1 раз и не более k_2 раз.
 1. $p=0, N, k=3, n=5$;
 2. $p=0, N, k_1 = 2, k_2 = 4, n=5$.
2. Устройство, состоящее из пяти независимо работающих элементов, включается за время t . Вероятность отказа каждого из них за это время равна $0, N$. Найти вероятность того, что откажут менее двух элементов.
3. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна $0, N$. Найти вероятность того, что из 10 выстрелов число удачных будет более 5 и не более 7.
4. Пусть вероятность того, что пожарное оборудование потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна $0, N$. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 6 телевизоров не более двух потребует ремонта.

Занятие 5.5.1. Подготовка к контрольной работе

Индивидуальные задания: решить задачи, где n – номер варианта, согласно журналу группы.

1. Производятся последовательные независимые испытания пяти приборов на надежность. Каждый прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался надежным. Вероятность выдержать испытания для каждого из приборов равна $p = 0, n$. Составить ряд распределения дискретной случайной величины X – числа испытанных приборов, найти числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения.
2. На пути движения пожарного автомобиля 3 светофора. Каждый из них либо разрешает, либо запрещает дальнейшее движение автомобиля с вероятностью $0, (n+2)$. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины X – числа светофоров, пройденных пожарным автомобилем без остановки, найти числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения.
3. Имея боезапас из двух патронов, стрелок стреляет по мишени до первого попадания. Вероятность попадания при каждом выстреле равна $p=0, (n+2)$. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины X – числа израсходованных патронов, найти числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения.

Задания для всех: выполнить примерный вариант контрольной работы.

1. Найти частное решение дифференциального уравнения $y' + 6y = e^{2x}$ при заданных начальных условиях $y(0)=1$.
2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' + x \cdot y^2 = e^{x^2} \cdot y^2$.
3. Найти частное решение дифференциального уравнения $y'' - 3y' - 10y = (4 - 2x)e^{-2x}$ при заданных начальных условиях $y(0)=1$.
4. Разработана конструкция индивидуального пожарного спасательного устройства для комплектования гостиниц, состоящая из трех элементов. Вероятности выхода из строя каждого из которых в течение года соответственно равны 0,2; 0,3; 0,1. Составить закон распределения числа элементов, не требующих ремонта в течение года, найти среднее квадратическое отклонение.

5. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 60, 20, 70, 20, 40, 50, 65, 50, 35, 50, 35, 60, 35, 70, 80, 35, 50, 40, 50, 60. Составьте: вариационный и статистический ряд частот. Постройте полигон частот. Найдите для статистического ряда: среднее выборочное квадратичное отклонение.

Глава IV. Оценочные средства для подготовки к экзамену

Теоретические вопросы для подготовки к экзамену

ТЕМА 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

6. Определение матрицы; определение определителей второго порядка и третьего порядка; понятие невырожденной матрицы.
7. Способы вычисления определителей второго и третьего порядка.
8. Определение матрицы, равных между собой матриц, квадратной, единичной, нулевой матрицы.
9. Действия над матрицами: сложение матриц, умножение матрицы на действительное число, умножение матриц, транспонирование матрицы.
10. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
11. Способы задания прямой линии на плоскости. Виды уравнений прямой.

ТЕМА 2. Основы математического анализа

1. Определение функции. Способы задания функции.
2. Определение предела функции.
3. Арифметические свойства пределов.
4. Первый и второй замечательные пределы функции и следствия из них.
5. Определение производной функции.
6. Правила и формулы дифференцирования.
7. Производная сложной функции.
8. Производная степенно-показательной функции.
9. Производная функции, заданной в параметрическом виде.
10. Определение производных высших порядков.
11. Определение и свойства первообразной функции.
12. Определение и свойства неопределенного интеграла.
13. Табличный метод интегрирования неопределенного интеграла.
14. Интегрирование методом подстановки неопределенного интеграла.
15. Интегрирование по частям неопределенного интеграла.
16. Табличный метод интегрирования определенного интеграла.
17. Интегрирование методом подстановки определенного интеграла.
18. Интегрирование по частям определенного интеграла.
19. Приложение определенного интеграла для вычисления площади плоской фигуры.

ТЕМА 3. Комплексные числа

1. Определение мнимой единицы, комплексного числа, равных, противоположных и сопряженных комплексных чисел.
2. Геометрическое изображение комплексных чисел; определение модуля и аргумента комплексного числа.
3. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа.

4. Действия над комплексными числами в алгебраической форме: сложение, вычитание, умножение, деление.
5. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме: умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня n -ой степени.
6. Действия над комплексными числами в показательной форме: умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня n -ой степени.

ТЕМА 4. Дифференциальные уравнения

1. Общие сведения о дифференциальных уравнениях.
2. Общие сведения о дифференциальных уравнениях первого порядка.
3. Общие сведения о дифференциальных уравнениях первого порядка с разделяющимися переменными. Алгоритм нахождения общего решения.
4. Общие сведения о линейных дифференциальных уравнениях первого порядка. Алгоритм нахождения общего решения.
5. Общие сведения об однородных дифференциальных уравнениях первого порядка. Алгоритм нахождения общего решения.
6. Общие сведения о дифференциальных уравнениях первого порядка Я Бернулли. Алгоритм нахождения общего решения.
7. Общие сведения о дифференциальных уравнениях второго порядка
8. Общие сведения о линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Алгоритм нахождения общего решения.
9. Общие сведения о линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Алгоритм нахождения общего решения.

ТЕМА 5. Теория вероятностей

1. Определение испытания, события. Виды событий. Виды случайных событий.
2. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.
3. Формулы комбинаторики.
4. Операции над событиями. Теоремы сложения вероятностей. Теоремы произведения вероятностей.
5. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли.
6. Понятие случайных величин.
7. Закон распределения дискретных случайных величин.
8. Дискретные случайные величины и их числовые характеристики.

Примерные практические задания (задачи) для подготовки к экзамену

ТЕМА 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

- Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \\ -9 & 8 & 12 \end{pmatrix}$. Найти:
а) $5A - 2B$ б) $6A + 3B$.
- Найти произведение матриц $A \cdot B$, если:
а) $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -7 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} 2 & 10 & 13 \\ -7 & 12 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$.
- Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 5x - 2y + z = -2, \\ 3x + 2y - z = 10, \\ 4x - 3y - 2z = 4. \end{cases}$$
- Составить каноническое (общее, параметрические, с угловым коэффициентом, «в отрезках») уравнение прямой, проходящей через точки $A(-1;3)$, $B(6;-9)$. Построить прямую в системе координат.
- Составить уравнение прямой с угловым коэффициентом $k = -12$, проходящей через точку $M(-7;2)$.
- Составить уравнение прямой, проходящей через точку $K(-6;-1)$ параллельно прямой $5x + 7y + 2 = 0$.
- Даны точки $A(1;2)$, $B(0;-1)$, $C(3;-1)$. Составьте уравнения: стороны AB , высоты CH и медианы CD треугольника ABC .

ТЕМА 2. Основы математического анализа

- В Вычислить пределы функций:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x^3 + 1}{x^4 - 5x^3 + 1}; & \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + x^2 + 2}{x^2 - 2x^3 - 1}; & \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x^4 + 1}{x^4 + x^3 + x}; \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}; & \text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 2x}; & \text{f) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^x; \\ \text{k) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}; & \text{m) } \lim_{x \rightarrow -7} (15 + 2x)^{\frac{5}{x+7}}; & \text{n) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\sin(1-x)}. \end{array}$$

- Найти производную функции первого и второго порядка:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y = 6x^4 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} + \sqrt{2}x; & \text{b) } y = \sqrt[4]{x} - \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}} + 2 \operatorname{ctg} x; \\ \text{c) } y = 5^x \cdot \arcsin x + \pi; & \text{d) } y = \frac{4 \log_5 x}{2x^3 + x^2}. \end{array}$$

3. Найти производную сложной функции:

$$\begin{array}{lll} a) y = \sqrt{\cos x}; & b) y = 2^{\lg x}; & c) y = \arccos^2(e^x); \\ d) y = (\sin 2x) \cdot \log_2 x; & e) y = \sqrt{\operatorname{arctg} x}; & f) y = \frac{\ln 2x}{\cos x}. \end{array}$$

4. Найти дифференциалы функции $y = f(x)$ первого и второго порядка:

$$\begin{array}{ll} a) y = \frac{x}{x^2 - 1}; & b) y = e^x + \cos x; \\ c) y = x \cdot \ln x; & d) y = \frac{\cos x}{x}. \end{array}$$

5. Вычислить пределы функций, используя правила Лопиталя:

$$\begin{array}{lll} a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x + 1}{5x^2 - x^3 + 1}; & b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x^2 + 6}{x^2 - 2x^3 + 2}; & c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x^4 + 1}{x^3 + x + 5}; \\ d) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x - 2}; & e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 16x}; & f) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x + 1} \right)^x; \\ k) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{4x}; & m) \lim_{x \rightarrow -6} (13 + 2x)^{\frac{2}{x+6}}; & n) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{\sin(1+x)}. \end{array}$$

6. Вычислить интегралы:

$$\begin{array}{lll} a) \int \frac{\sin x dx}{\cos^3 x}; & b) \int (4 + 2x) \cos x dx; & c) \int \frac{x+1}{x^2 - 4x - 12} dx; \\ d) \int \frac{x^2}{4+x^2} dx; & e) \int \frac{dx}{\sqrt[4]{x+2} - \sqrt{x+2}}; & f) \int \sin^2 x dx; \\ k) \int_{2\pi}^{3\pi} x \cdot \sin 2x dx; & m) \int_1^2 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx. \end{array}$$

Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной кривыми:

$$1. \quad a) y = x^2; y = 4; \quad b) y = x^3 + 3, x = 0, y = x - 1, x = 2.$$

ТЕМА 3. Комплексные числа

1. Решить квадратное уравнение:

$$a) x^2 + 13x + 48 = 0; \quad b) z^2 + iz + 6 = 0.$$

2. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих неравенствам:

$$a) |z| \leq 1; \quad b) 0 \leq |z| \leq 9, |\operatorname{Re} z| \geq 1, |\operatorname{Im} z| \leq 1$$

3. Вычислить: $i^{124} + 5i^{42} - 4i^3$.

4. Даны два комплексных числа $z_1 = 1 - i$, $z_2 = -2 - 2i$. Требуется

найти $z = \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^2 + \overline{z_1} \cdot z_2 \cdot i^{124} + 5i^{42} - 4i^3 - \frac{z_2}{i^{22}}$ в алгебраической форме.

5. Записать комплексные числа z_1 и z_2 в тригонометрической и показательной формах. Найти $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$ в тригонометрической и показательной формах:

a) $z_1 = 2 - 2\sqrt{3}i$, $z_2 = 1 - i$; b) $z_1 = 2i$, $z_2 = 2 - 2i$;

c) $z_1 = -5 + 5i$, $z_2 = -2i$.

6. Возвести комплексное число $z = -2 + 2i$ в указанную степень:

a) z^2 ;

b) z^4 .

7. Вычислить: $\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{-2 + 2i}$.

ТЕМА 4. Дифференциальные уравнения

1. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

a) $y' - y = e^{-9x}$;

b) $(x^2 - 2y^2)dx - 4xy dy = 0$;

c) $y' - \frac{1}{x}y = -y^2$;

d) $y'' + 3y' = 9x$;

e) $y'' + 4y = \sin 2x$;

f) $y'' - 3y' = e^x (\sin x + \cos x)$;

k) $y'' + 2y' = e^{-2x} (2x + 1)$;

m) $y'' + 4y' + 4y = 4x^2 + 2x - 1$.

2. Найти частное решение дифференциальных уравнений:

a) $xy' + y = -x$, $y(1) = \frac{1}{2}$;

b) $y' - y \cdot \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos^2 x}$, $y(0) = 0$;

c) $y'' - 3y' = 2x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 4$.

ТЕМА 5. Теория вероятностей

1. Огнетушитель автомобильный изготавливается на трех заводах. Первый завод производит 20% общего количества огнетушителей, второй – 60%, а третий – остальную часть. Продукция 1-го завода содержит 1% бракованных огнетушителей, 2-го – 3%, 3-го – 2%. В магазин поступает продукция всех трех заводов. Купленный автомобильный огнетушитель оказалась с браком. Какова вероятность того, что он произведен вторым заводом?

2. Пусть вероятность того, что пожарный извещатель потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,3. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 6 извещателей не более двух потребует ремонта.
3. Производятся последовательные независимые испытания пяти приборов на надежность. Каждый прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался надежным. Вероятность выдержать испытания для каждого из приборов равна $p = 0,95$. Составить ряд распределения дискретной случайной величины X – числа испытанных приборов, найти числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения.
4. Электрооборудование изготавливается на трех заводах. 1-й завод производит 30% общего количества, 2-й – 55%, а 3-й – остальную часть. Электрооборудование 1-го завода содержит 1% бракованного оборудования, 2-го – 1,5%, 3-го – 2%. В магазин поступает электрооборудование всех трех заводов. Купленное электрооборудование оказалось с браком. Какова вероятность того, что оно произведено 2-м заводом?
5. По каналу связи передается 5 сообщений о пожаре. Каждое сообщение с вероятностью 0,2 независимо от других искажается. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины X – числа искаженных сообщений, найти среднее квадратическое отклонение.
6. На пути движения пожарного автомобиля 4 светофора. Каждый из них либо разрешает, либо запрещает дальнейшее движение автомобиля с вероятностью 0,4. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины X – числа светофоров, пройденных автомашиной без остановки, найти среднее квадратическое отклонение.
7. Вероятность того, что в библиотеке свободна необходимая курсанту книга равна 0,3. Найдите закон распределения случайной величины X – числа библиотек, которые посетит курсант, если в городе 4 библиотеки. Найти среднее квадратическое отклонение.
8. Разработана конструкция индивидуального пожарного спасательного устройства для комплектования гостиниц, состоящая из трех элементов. Вероятности выхода из строя каждого из которых в течение года соответственно равны 0,2; 0,3; 0,1. Составить закон распределения числа элементов, не требующих ремонта в течение года, найти среднее квадратическое отклонение.
9. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 60, 20, 70, 20, 40, 50, 65, 50, 35, 50, 35, 60, 35, 70, 80, 35, 50, 40, 50, 60. Составьте: вариационный и статистический ряд частот. Постройте полигон частот. Найдите для статистического ряда: среднее выборочное квадратическое отклонение.

Светлана Александровна Худякова
Андрей Владимирович Шпаньков

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Методические рекомендации
по дисциплине

Направление подготовки 23.03.01
Техносферная безопасность

Редактор _____

Подписано в печать _____

Тираж _____ экз.

Объем 0,4 учет.-изд. л. Бумага писчая
Редакционно-издательский отдел
Уральского института ГПС МЧС России
Екатеринбург, ул. Мира, 22